

---

## Sobre a origem do modelo teórico dos *lasers*

---

Alberes Lopes de Lima

*Colégio Militar do Recife, Recife, PE.*

### Resumo

No presente artigo, temos como objetivo estudar o trabalho de Einstein, no qual ele deduz a lei de Planck. A dedução de Einstein é interessante não simplesmente por sua elegância, mas essencialmente por sua capacidade de elucidar fenômenos relacionados à emissão e absorção de radiação que até então careciam de explicação. Nela podemos perceber a presença de elementos que vieram a compor a eletrodinâmica e a Óptica quânticas. Dos desenvolvimentos posteriores desse trabalho resultaram a teoria de masers e lasers e a teoria de condensação de Bose-Einstein.

**Palavras-chave:** Laser, Física, História da Física, Teoria quântica.

### Abstract

**On the origin of the theoretical model of lasers.** In this article, we aim to study the work of Einstein, in which he deduces the Planck's law. The derivation of Einstein is interesting not just for its elegance, but primarily for their ability to elucidate phenomena related to emission and absorption of radiation hitherto lacked explanation. Here we can perceive the presence of elements that came to constitute the electrodynamics and quantum optics. Further developments of this work resulted in the theory of lasers and masers and the theory of Bose-Einstein condensates.

**Keywords:** Laser. Physics. History of Physics. Quantum Theory.

### 1. Introdução

O fato fundamental para a construção da Teoria Quântica residiu na observação da manifestação do fenômeno de quantização, ou seja, grandezas físicas apresentam-se em estados discretos (os chamados quanta), em que não há possibilidade de se observar valores intermediários para as medidas dessa grandeza física. Porém, é mister destacar que no séc. XIX o conceito de quantização já era conhecido: Michael Faraday (1791-1867) já havia demonstrado que as cargas iônicas adquiridas em soluções eletrolíticas eram múltiplas de uma

unidade básica indivisível (Born, 1986, p.24-25; Guillemonat, 1962, p.5764-5766). Além disso, já era de compreensão dos físicos que, se a matéria fosse examinada profundamente em sua intimidade, esta exibiria uma composição discreta, supostamente constituída por moléculas e átomos. Sabe-se ainda que esse modelo microscópico foi utilizado na formulação da teoria cinética dos gases.

Apesar das quantizações da matéria e da carga elétrica já serem aceitas ao final do séc. XIX isto aparentemente ainda não direcionava para a criação de uma nova teoria fundamental, como a teoria quântica. Foi o físico alemão Max Karl Ernst

Ludwig **Planck** (1858-1947) que estabeleceu uma revolução na Física ao visualizar a quantização de energia num modelo de oscilador harmônico para a emissão, absorção e equilíbrio termodinâmico da radiação em uma cavidade ressonante.

Estudando o problema da radiação do corpo negro, Planck estabeleceu a pedra fundamental da Teoria Quântica. Em uma reunião da Sociedade Alemã de Física, ocorrida em 14 de dezembro de 1900, Planck apresentou um conceito que, ao mesmo tempo em que resolvia o problema da catástrofe do ultravioleta, dava surgimento à chamada Teoria Quântica. Nessa reunião, Planck mostrou que a matéria absorve energia térmica e emite energia luminosa de maneira descontínua. Isto não apenas foi suficiente para explicar a radiação do corpo negro, mas também para abrir horizontes que nem o mais visionário dos físicos da época poderia imaginar. Em 1918, Planck foi agraciado com o Prêmio Nobel de Física pela descoberta do *quantum* de energia. Assim, ele recebeu o reconhecimento da comunidade científica como o responsável pela origem da Teoria Quântica.

Após a publicação da Lei de Planck (Planck, 2000), foram propostas diferentes demonstrações da mesma. Podemos dizer que uma das mais elegantes dessas demonstrações foi oferecida por Einstein. Em sua dedução, Einstein se baseou nas reflexões originais de Wien e no pressuposto básico da teoria quântica (Einstein, 2005a). Ele chamou a atenção para o fato de que a similaridade formal entre a curva de distribuição cromática da radiação de corpo negro e a distribuição de velocidades de Maxwell era muito forte para que permanecesse escondida por muito tempo.

A dedução de Einstein é interessante não simplesmente por sua elegância, mas essencialmente por sua capacidade de elucidar fenômenos relacionados à emissão e absorção de radiação que até então careciam de explicação.

Segundo Kleppner (2005, p. 88):

“Ao desenvolver sua teoria da radiação, Einstein empregou um novo e crucial conceito: estados estacionários, introduzidos no artigo de Niels Bohr sobre o hidrogênio em 1913. A idéia de estados não radiativos de um elétron em órbita ao redor de um núcleo poderia ser encarada como absoluto *nonsense*, porque, de acordo com os princípios bem

estabelecidos da teoria eletromagnética, o elétron poderia irradiar intensamente emitindo um largo espectro ao se chocar com o núcleo. Poder-se-ia argumentar que já era hora de jogar de lado as leis clássicas, mas as maiores características do modelo de Bohr repousavam diretamente sobre estas leis. O conceito de estados estacionários era exatamente o tipo de verdade no *nonsense* que, nas mãos de Einstein, poderia ser usado para fazer mágica.

A teoria de Einstein da radiação analisa os processos nos quais os estados de energia e momento de um gás de átomos atingem o equilíbrio com um campo de radiação térmica. Seu raciocínio é transparente e novo. Por exemplo, ele não toma como ponto de partida o conhecido campo para a radiação térmica, dado pela lei de radiação de Planck. Ao contrário, Einstein admitiu que os átomos estão em equilíbrio térmico e então deduziu as propriedades do campo de radiação necessárias para manter este equilíbrio. O campo obtido é precisamente dado pela lei de radiação de Planck!”

Na teoria de Einstein da radiação podemos perceber a presença de elementos que vieram a compor a eletrodinâmica e a óptica quânticas. Dos desenvolvimentos posteriores desse trabalho resultaram a teoria de masers e lasers e a teoria de condensação de Bose-Einstein.

Nosso objetivo no presente trabalho é apresentar a dedução de Einstein relacionando-a à emissão e absorção de radiação.

## 2. Dedução feita por Einstein da lei de radiação de Planck

Vamos considerar um sistema constituído de átomos em equilíbrio com a radiação eletromagnética. Assumiremos que há apenas dois níveis de energia: um nível  $E_1$  no qual estão  $N_1$  átomos e outro nível de energia  $E_2$  com  $N_2$  átomos. Consideraremos que  $E_2 > E_1$ . Os átomos presentes no sistema emitem e absorvem a radiação eletromagnética, de modo que haverá dois tipos de transição: a emissão espontânea do nível de maior energia para o de menor ( $E_2 \rightarrow E_1$ ) e a absorção estimulada do nível de menor energia para aquele de maior energia ( $E_1 \rightarrow E_2$ ).

Esses dois processos de transição ainda não permitiam que fosse deduzida uma relação correta para a Lei da radiação de Planck. Einstein (2005b), então, considerando que um oscilador absorve ou emite energia dependendo de sua fase em relação à

força impulsiva, propôs que o campo de radiação obrigaria um átomo no estado de energia superior a fazer uma transição para um estado de energia inferior com uma taxa de transição proporcional à densidade de radiação. Esse processo é conhecido como emissão estimulada e foi sua introdução que permitiu aplicar o princípio do equilíbrio balanceado e encontrar a relação correta para a fórmula da radiação do corpo negro.

A probabilidade de ocorrer transições com absorção por unidade de tempo é  $B_{12}\rho(f, T)dt$ , em que  $B_{12}$  é o chamado “coeficiente B de Einstein”. Então, o número médio de transições ( $E_1 \rightarrow E_2$ ) na unidade de tempo é dado por

$$dW_{12} = B_{12}\rho(f, T)N_1dt \quad (01)$$

A probabilidade total de ocorrer os dois processos de transições com emissão por unidade de tempo é  $(A_{21} + B_{21}\rho(f, T))dt$ , em que  $A_{21}$  é conhecido como “o coeficiente A de Einstein”. Logo, o número médio de transições ( $E_2 \rightarrow E_1$ ) na unidade de tempo é dado por

$$dW_{21} = (A_{21} + B_{21}\rho(f, T))N_2dt \quad (02)$$

O equilíbrio estatístico entre os processos de emissão e absorção ocorrerá quando o número de transições dados pelas equações (01) e (02) for igual. No equilíbrio, teremos que

$$(A_{21} + B_{21}\rho(f, T))N_2 = B_{12}\rho(f, T)N_1 \quad (03)$$

o que nos permite escrever que

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12}\rho(f, T)}{A_{21} + B_{21}\rho(f, T)} \quad (04)$$

Como o equilíbrio é de natureza estatística, a razão  $\frac{N_2}{N_1}$  corresponde a uma média da distribuição de Maxwell-Boltzmann. Usando a expressão para o número de microestados  $W_n$  (probabilidade termodinâmica para o macroestado n)

$$W_n = Cg_n \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right), \quad (05)$$

na qual C representa uma constante e  $g_n$  é o peso estatístico (que é igual a 1 quando o nível de energia for não-degenerado), teremos que

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2 \exp\left(-\frac{E_2}{kT}\right)}{g_1 \exp\left(-\frac{E_1}{kT}\right)} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left[-\frac{(E_2 - E_1)}{kT}\right]. \quad (06)$$

Como  $E_2 - E_1 = hf$ , a expressão acima fica:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left[-\frac{hf}{kT}\right]. \quad (07)$$

Comparando as equações (04) e (07), chegamos à seguinte relação

$$\rho(f, T) = \frac{g_2 A_{21}}{g_1 B_{12} \exp\left(\frac{hf}{kT}\right) - g_2 B_{21}}. \quad (08)$$

A equação (08) representa a distribuição do espectro de energia da radiação do corpo negro. Reconhecendo isto, podemos determinar as constantes e encontrar a relação de Planck. Primeiro, consideremos o que ocorre no limite de altas temperaturas, isto é,  $kT \gg hf$ . Sabemos que a densidade de energia  $\rho \rightarrow \infty$  nesse limite, logo o denominador da equação tende a zero. Isto nos leva a

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21}. \quad (09)$$

Em particular, para os níveis não-degenerados,  $B_{12} = B_{21}$ . Por outro lado, no limite de altas frequências, ou seja,  $hf \gg kT$ , teremos

$$\lim_{hf \gg kT} \rho(f, T) = \lim_{hf \gg kT} \frac{g_2 A_{21}}{g_1 B_{12} \exp\left(\frac{hf}{kT}\right) - g_2 B_{21}}$$

Ou

$$\lim_{hf \gg kT} \rho(f, T) = \frac{A_{21} kT}{B_{21} hf} \quad (10)$$

Como a equação (10) deve ser igual à Lei de Rayleigh-Jeans, verificamos que

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi hf^3}{c^3} \quad (11)$$

E, finalmente substituindo as equações (09) e (11) na equação (08), chegamos à equação procurada:

$$\rho(f, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{f^3}{\exp(\frac{hf}{kT}) - 1}. \quad (12)$$

### 3. Considerações finais

Na demonstração apresentada acima, Einstein exhibe o conceito de emissão estimulada, conceito este que levou à invenção do laser. Ele inova também ao exibir o conceito de fóton, introduzindo assim a ideia da quantização do campo eletromagnético, apesar de ele não ter explicitamente utilizado a palavra “fóton” nesse texto.

Considerando que são desexcitados mais átomos em transições de emissão do que são excitados em transições de absorção, há um esvaziamento rápido do nível superior o que implica numa diminuição na amplificação de radiação até que seja restabelecido o equilíbrio térmico. No intuito de manter constante a amplificação de radiação é preciso reabastecer continuamente de átomos o nível de maior energia ou remover átomos de nível de menor energia. Isto ocorre em dispositivos conhecidos como masers (*Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation*) e lasers (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*). A diferença entre os dois reside na região do espectro eletromagnético na qual eles funcionam.

Atualmente, lasers são amplamente utilizados em metalurgia, para gravar, perfurar e cortar metais, e, principalmente, em medicina, para cirurgia ocular, desobstrução de artérias, destruição de cálculos renais, clarificação de cataratas, etc. Também são usados em restauração de obras de arte, medição precisas de distâncias e, transmissão a longas distâncias de sinais de comunicação, quando combinados a fibras ópticas.

### Referências

BORN, M. **Física Atômica**. Tradução de Egídio Namorado. 4ª. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbekian, 1986.

EINSTEIN, A. Sobre a teoria quântica da radiação. Tradução de C. A. Santos e R. Axt. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 27, n. 1, p. 93-99, 2005(a).

EINSTEIN, A. A teoria da radiação de Planck e a teoria do calor específico. Tradução de Marta Feijó Barroso. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 27, n. 1, p. 63-67, 2005(b).

GUILLEMONAT, A. Eletricidade e Magnetismo. Tradução de Joaquim da Costa Ribeiro. In: **Enciclopédia Delta Larousse**. Tomo XI. Rio de Janeiro: Editora Delta S.A., 1962.

KLEPPNER, D. Relendo Einstein sobre radiação. Tradução de Nelson Studart. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 27, n. 1, p. 87-91, 2005.

PLANCK, M. Sobre a lei de distribuição de energia no espectro normal de radiação. Tradução de Ildeu de Castro Moreira. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 22, n. 4, p. 538-542, 2000.